Überblick über Signifikanztests

Problemstellung: Es soll überprüft werden, ob ein Ereignis mit einer angenommenen Wahrscheinlichkeit eintritt, oder ob man mit hoher Wahrscheinlichkeit davon ausgehen kann, dass diese Hypothese nicht (mehr) tragbar ist.

Es gibt zwei mögliche Aufgabenstellungen:

1. **Vor der Durchführung des Tests:** Der Test soll so angelegt werden, dass die Hypothese nur dann abgelehnt wird, wenn das Testergebnis (die Zufallsgröße) *signifikant* vom Erwartungswert ($n \cdot p$) abweicht. Es muss also der Annahmebereich so gewählt werden, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Testergebnis allein durch zufällige Schwankung im Ablehnungsbereich liegt, höchstens gleich dem Signifikanzniveau α ist.

2. **Nach der Durchführung des Tests:** Es liegt bereits ein Ergebnis vor, und die Frage lautet, ob auf Grund dessen die Nullhypothese auf dem vorgegebenen Signifikanz-niveau (im Zweifelsfall 5%) abgelehnt werden kann. Hierzu gibt es zwei mögliche Vorgehensweisen:

   a) Festlegung des Tests für das gegebene Signifikanzniveau; liegt das Testergebnis im Ablehnungsbereich, so kann die Hypothese auf dem entsprechenden Signifikanzniveau abgelehnt werden. Liegt sie im Annahmebereich, so geht man davon aus, dass H_0 nach wie vor gilt.

   b) Festlegung eines Tests, bei dem das Messergebnis gerade noch im Ablehnungsbereich liegt und Bestimmung des Risikos 1.Art. Liegt es unter dem Signifikanzniveau (bei zweiseitigen Tests unter dem halben Signifikanzniveau), so kann H_0 auf diesem Niveau verworfen werden.

Man muss zwei Testarten unterscheiden:

1. **Einseitige Tests:** Die Aufgabenstellung ist so gewählt, dass nur die Abweichung der Zufallsgröße in *einer* Richtung vom Erwartungswert abweichen kann (Typ „größer p“ bzw. „kleiner p“). Hier ist der Ablehnungsbereich einteilig.

2. **Zweiseitige Tests:** Hier ist sowohl die Abweichung nach oben, wie auch nach unten möglich (Typ „ungleich p“). In diesem Fall ist der Ablehnungsbereich zweigeteilt (ein Teil „Zufallsgröße zu klein“, ein Teil „Zufallsgröße zu groß“), wobei sich das Signifikanzniveau gleichmäßig auf beide Teile verteilt. Es gilt also:

$$A = \{c_1 + 1, \ldots, c_2\}, \quad \overline{A} = \{1, \ldots, c_1\} \cup \{c_2 + 1, \ldots, n\}$$

$$P(X \le c_1) \le \frac{\alpha}{2} \text{ und zugleich } P(X > c_2) \le \frac{\alpha}{2}$$