

Übersicht zur Kurvendiskussion

Oder: Welchen Term brauche ich, um bestimmte Eigenschaften zu untersuchen?

- **Definitionsmenge:** „Verbotene“ Fälle sind Null im Nenner, negativer Radikand, nicht-positives Argument beim Logarithmus

- **Symmetrieverhalten:** $f(-x) = f(x) \Rightarrow$ Achsensymmetrie zur y-Achse
 $f(-x) = -f(x) \Rightarrow$ Punktsymmetrie zum Ursprung
sonst: Keine Symmetrie zum Koordinatensystem

- **Schnittpunkte mit der x-Achse:** $f(x) = 0 \Rightarrow (x / 0)$ ist Achsenschnittpunkt

- **Schnittpunkt mit der y-Achse:** $(0 / f(0))$

- **Verhalten für x gegen Unendlich:** Bei Polynomfunktionen genügt es, Vorzeichen und Exponent der höchsten vorkommenden Potenz zu betrachten. Bei anderen Funktionen Grenzwertregeln anwenden

- **Monotonie, Extrempunkte:**

1. Nullstellen der 1. Ableitung berechnen: $f'(x) = 0 \Rightarrow$ WAP $(x / f(x))$

2. Monotonieverhalten über Vorzeichen von f' : $f'(x) > 0 \Rightarrow G_f$ smf, $f'(x) < 0 \Rightarrow G_f$ smf
Die zu untersuchenden Bereiche sind durch die Nullstellen und Definitionslücken von f' festgelegt.

Beispiel: Nullstellen der 1. Ableitung gleich -2, 1 und 5 \Rightarrow vier Bereiche: $x < -2$, $-2 < x < 1$, $1 < x < 5$, $x > 5$

3. Art der Waagrechtspunkte bestimmen:

Monotoniewechsel am WAP \Rightarrow Extrempunkt (smf \rightarrow smf: HOP, smf \rightarrow sms: TIP)

Kein Monotoniewechsel am WAP \Rightarrow TEP

oder: $f''(x) > 0 \Rightarrow$ TIP, $f''(x) < 0 \Rightarrow$ HOP

- **Krümmung, Wendepunkte:**

1. Nullstellen der 2. Ableitung berechnen: $f''(x) = 0 \Rightarrow$ FLAP $(x / f(x))$

2. Krümmungsverhalten über Vorzeichen von f'' : $f''(x) > 0 \Rightarrow G_f$ linksgekrümmt, $f''(x) < 0 \Rightarrow G_f$ rechtsgekrümmt

Die zu untersuchenden Bereiche sind durch die Nullstellen und Definitionslücken von f'' festgelegt.

Beispiel: Nullstellen der 2. Ableitung gleich -1 und 4 \Rightarrow drei Bereiche: $x < -1$, $-1 < x < 4$, $x > 4$

3. Art der Flachpunkte bestimmen:

Krümmungswechsel am FLAP \Rightarrow WEP

Kein Krümmungswechsel am FLAP \Rightarrow kein WEP

y-Koordinaten jeglicher Punkte werden mit der Ursprungsfunktion berechnet!

1. Ableitung = Steigung der Tangente im Kurvenpunkt $(x / f(x))$

2. Ableitung = Krümmung des Graphen in $(x / f(x))$