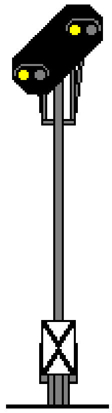
Zugbeeinflussung am Vorsignal



Ein Intercity fährt mit 160 km/h an einem Vorsignal vorbei, das ihm signalisiert, dass das 1000m später stehende Hauptsignal Rot zeigt. Der Lokführer muss bei der Vorbeifahrt am Vorsignal die Warnstellung quittieren, indem er die sogenannte Wachsamkeitstaste drückt. Anschließend muss er folgende Bedingungen beachten, um keine Zwangsbremsung auszulösen:

- 23 Sekunden nach Betätigen der Wachsamkeitstaste muss er die Geschwindigkeit des Zugs auf höchstens 85 km/h verringert haben.
- 200 Meter vor dem Hauptsignal befindet sich oft eine weitere Prüfstelle, die er mit höchstens 65 km/h passieren darf.
- Natürlich muss der Zug vor dem roten Signal zum Stillstand kommen.

a) Wie groß muss der Lokführer die Bremsverzögerung (negative Beschleunigung) mindestens wählen, um alle Zwangsbedingungen einhalten zu können?

b) Der Lokführer betätigt die Wachsamkeitstaste erst 3,4 Sekunden nach Passieren des Vorsignals (er hat 4 Sekunden Zeit dazu). Wie stark muss er jetzt bremsen, um keine Zwangsbremsung auszulösen?

Anm.: Da höhere Bremsverzögerungen aus technischen und Komfortgründen nicht sinnvoll sind, ist 160 km/h die höchste Geschwindigkeit, die in Deutschland bei konventionellem Signalsystem zulässig ist. Schneller fahrende Züge benötigen die sogenannte Linienzugbeeinflussung (erkennbar am Kabel in Gleismitte)

Lösung:

a) $$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left((160-85):3{,}6\right)\frac{m}{s}}{23s} \approx 0{,}91\frac{m}{s^2}$$

$$s = \frac{v_0^2}{2a_2} - \frac{v_1^2}{2a_2} \Rightarrow a_2 = \frac{\left((160:3{,}6)^2 - (65:3{,}6)^2\right)\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 800m} \approx 1{,}03\frac{m}{s^2}$$

$$a_3 = \frac{v^2}{2s} = \frac{(160:3{,}6)\frac{m}{s}}{2\cdot 1000m} \approx 0{,}99\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{|a| \geq 1{,}03\frac{m}{s^2}}$$

Die Bremsverzögerung muss mindestens $1{,}03\frac{m}{s^2}$ betragen.

b) a_1 ändert sich nicht, da er weiterhin 23 Sekunden Zeit hat. Für a_2 und a_3 verringert sich s jeweils um die Strecke, die der Zug bei 160 km/h in 3,4 Sekunden zurücklegt, das sind ca. 150m. => a_2=1,27m/s^2, a_3= 1,16 m/s^2 => |a| muss mindestens 1,27m/s^2 betragen.

Erzzug auf Bergfahrt

Die schwersten Züge auf deutschen Gleisen befördern Eisenerz von den Überseehäfen zu großen Stahlwerken. Einer dieser Züge fährt von Rotterdam über Venlo an der Deutsch-Niederländischen Grenze nach Dillingen im Saarland. Er besteht aus 40 sechsachsigen Erzwagen mit je 130t, die in Deutschland von zwei sechsachsigen Güterzugloks der Baureihe 151 gezogen werden.

Technische Daten der Baureihe 151:

Leistung: 6300 kW
Maximale Zugkraft: 387 kN
Masse: 118 t
Höchstgeschwindigkeit: 120 km/h

Auf seiner Fahrt nach Dillingen muss dieser Zug die „Bengeler Rampe“ aus dem Moseltal hinauf nach Trier mit einer Steigung von 10 Promille überwinden (d.h. die Hangabtriebskraft beträgt 1% der Gewichtskraft des Zuges). Die Erzzüge erhalten auf diesem Streckenabschnitt „grüne Welle“, sie fahren also ohne Halt durch.

a) Zeige, dass der Zug die Steigung bewältigen kann, wenn er nicht anhalten muss.

b) Welche Geschwindigkeit erreicht der Zug auf der Rampe?

c) Der Zug muss auf der Rampe anhalten. Kann der Lokführer den Zug wieder anfahren, wenn dabei so geschickt vorgeht, dass sich die Wagen nacheinander in Bewegung setzen? (Haftzahl für geölte Achslager = 0,13, Rollreibungszahl = 0,002)

Lösung:

a) Die Loks müssen die Hangabtriebskraft und die Rollreibung überwinden:

$$F = F_R + F_H = 0{,}010 \cdot G + f_R \cdot G = (0{,}010 + f_R) \cdot m \cdot g$$

$$F = 0{,}012 \cdot (2 \cdot 1{,}18 \cdot 10^5\ \text{kg} + 40 \cdot 1{,}30 \cdot 10^5\ \text{kg}) \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{N}}{\text{kg}} = \underline{640\,\text{kN}}$$

Die Zugkraft der beiden Loks (774 kN) reicht aus, um den Zug in Bewegung zu halten.

b) $P = F \cdot v \Rightarrow v = \dfrac{P}{F} = \dfrac{1{,}26 \cdot 10^7\ \text{W}}{6{,}40 \cdot 10^5\ \text{N}} = 19{,}7\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{70{,}9\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}$

Der Zug erreicht eine Geschwindigkeit von etwa 71 $\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$.

c) Der kritischste Zeitpunkt des Anfahrens ist der, wenn sich der letzte Wagen in Bewegung setzen soll. Zu diesem Zeitpunkt müssen folgende Kräfte überwunden werden:

- Hangabtriebskraft von Loks und 40 Wagen:
  $F_H = 0{,}01 \cdot m_{gesamt} \cdot g = 0{,}01 \cdot 5{,}44 \cdot 10^6\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{N}}{\text{kg}} = 533\,\text{kN}$
- Rollreibung von Loks und 39 Wagen: $F_R = f_R \cdot (2 \cdot m_L + 39 \cdot m_W) \cdot g = 104\,\text{kN}$
- Haftkraft des letzten Wagens: $F_H = f_H \cdot m_W \cdot g = 0{,}13 \cdot 1{,}30 \cdot 10^5\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{N}}{\text{kg}} = 166\,\text{kN}$

Es werden also insgesamt 803 kN benötigt, der Zug „bleibt liegen“ und muss von einer dritten Lok nachgeschoben werden.

<u>Lokführer-Latein?</u>

Beim Tag der offenen Tür 1997 am Münchener Ostbahnhof erzählte ein Lokführer, der den Schaulustigen die brandneue Baureihe 101 vorstellte, von der Überführungsfahrt eines der ersten Exemplare von Kassel nach München (wirklich passiert!):

„Auf der Neubaustrecke bis Würzburg sind wir „Stop and Go“ gefahren: Einer von uns hat sich ans Steuer gesetzt, die anderen haben sich gut festgehalten. Dann hat er Vollgas gegeben. Ungefähr 25 Sekunden später waren wir auf Tempo 200! Die Beschleunigung war so stark, dass die Stehenden ihre Hand kaum von der Führerstands-Rückwand weg brachten. Einmal ist uns ein Buch vom Führerpult runtergerutscht, das hat den Boden nicht berührt - das ist direkt an die Rückwand geflogen.“

Wahrheit oder Lokführer-Latein?

Die Baureihe 101 hat folgende technische Daten:
Höchstgeschwindigkeit 220 km/h
Größtmögliche Zugkraft: 300 kN
Maximale Leistung: 6600 kW
Masse: 86 t

Bei allen Rechnungen sollen Reibungseffekte vernachlässigt werden!

a) Bis zu welcher Geschwindigkeit kann die Baureihe 101 gleichförmig beschleunigen? Wie lange braucht sie dafür?
b) Ab dieser Geschwindigkeit (der Eisenbahner sagt „Dauerpunkt“) reicht die Leistung der Lok nicht mehr aus, um weiter linear zu beschleunigen. Wie lange braucht sie, um mit konstanter Leistung weiter bis 200 km/h zu beschleunigen (Tipp: Energie-Ansatz!)? Ist die Aussage mit den 25 Sekunden also gelogen?
c) Bestimmen Sie die maximale Beschleunigung der Lok! Was ist von der zweiten Aussage des Lokführers zu halten?
d) Ein Buch rutscht während der Phase maximaler Beschleunigung vom 1,0 m hohen Führerpult. In welcher Entfernung zum Pult schlägt es auf dem Boden auf? Welche Bahnkurve beschreibt das Buch aus der Sicht einer Person auf dem Führerstand?

Lösung:

a) $v = \frac{P}{F} = \frac{6\,600\,000\,\mathrm{W}}{300\,000\,\mathrm{N}} = 22\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \underline{79{,}2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}$; $t = \frac{v}{a} = \frac{v \cdot m}{F} = \frac{22\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 86\,000\,\mathrm{kg}}{300\,000\,\mathrm{N}} = \underline{6{,}3\,\mathrm{s}}$

b) $\Delta E_{kin} = P \cdot t \;\Rightarrow\; t = \frac{m}{2P}(v^2 - (v_0)^2) = \frac{86\,000\,\mathrm{kg}}{2 \cdot 6\,600\,000\,\mathrm{W}}((55{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 - (22\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2) = \underline{16{,}9\,\mathrm{s}}$

$t_{ges} = 23{,}2\,\mathrm{s}$, die Aussage stimmt!

c) $a = \frac{F}{m} = \frac{300\,000\,\mathrm{N}}{86\,000\,\mathrm{kg}} \approx \underline{3{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}35\,g \;\Rightarrow$ Lokführer-Latein!

d) Senkrechte Bewegung: $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow$ Fallzeit $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Waagrechte Bewegung: $x(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{a}{2} \cdot \frac{2h}{g} = \frac{a}{g} \cdot h = \frac{0{,}35\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \cdot 1{,}0\,\mathrm{m} \approx \underline{36\,\mathrm{cm}} \Rightarrow$ Gelogen!

Bahnkurve: $x(h) = \frac{a}{g} \cdot h \Rightarrow x : h$, das Buch beschreibt eine abfallende Gerade.

Angaben aus dem Bahn-Kursbuch

km	Zug	SE 21548	D 1184 2.	RB 71300	IR 2128	RB 71304	SE 21502	RE 21056	ICE 920	RE 21056	SE 21504	RB 71306	SE 21506	RB 71308
					50	1	1		◆			73		1
	von		Wörgl											
0	**München** Hbf ✈ 90 80 8	23 58	95 **0 58**		Ⓓ 5 29		Ⓐ 5 38	6 16	6 29		6 45		7 55	
18	Dachau Bahnhof 999.20 3	0 09	Ⓛ 99				5 49	6 26			6 59			
36	Petershausen (Oberbay) 80 3 ○	0 22			99		6 00	6 39	99		7 10		8 18	
	Petershausen (Oberbay)	0 23					6 01	6 39	ELISABETH		7 11		8 19	
40	Paindorf	0 27					6 05				7 15		8 23	
44	Reichertshausen (Ilm)	0 33					6 10	6 46 ◀ NEU			7 20		8 28	
50	Pfaffenhofen (Ilm)	0 38			6 03		6 15	6 51			7 26		8 33	
60	Rohrbach (Ilm)	0 46					6 24	7 00			7 34		8 41	
72	Reichertshofen (Oberbay)	0 55					6 32				7 42		8 49	
81	Ingolstadt Hbf 983, 992, 993 3 ○	1 02			6 19		Ⓐ 6 39	7 13	7 17		7 48		8 55	
	Ingolstadt Hbf 3			5 47	6 21	Ⓐ 6 29		7 23	7 19	7 23	7 49	8 02		Ⓐ 9 02
84	Ingolstadt Nord			5 51		6 33		→	LANGGÄSSER	7 27	○ 7 53	8 06		9 06
90	Gaimersheim			5 55		6 37				7 32		8 10		9 10
94	Eitensheim			5 59		6 41				7 36		8 14		9 14
98	Tauberfeld			6 02		6 44				7 39		8 17		9 17
103	Adelschlag			6 06		6 48				7 43		8 21		9 21
108	Eichstätt Bahnhof 991 3 ○			6 10	6 36	6 51				7 47		8 24		Ⓐ 9 27
	Eichstätt Bahnhof			6 11	6 37	6 52				7 48		8 26		
118	Dollnstein			6 17		6 59				7 55		8 32		
125	Solnhofen			6 22		7 04				8 01		8 37		
130	Pappenheim			6 27		7 08				8 05		8 42		
137	**Treuchtlingen** 3 ○			6 32	Ⓓ 6 55	Ⓐ 7 14				8 11		8 47		
	nach		Hamburg		Würzburg				Berlin					
	Treuchtlingen 910			Ⓖ 6 38	6 59	7 24				8 21		9 21		
	Nürnberg Hbf ○			Ⓖ 7 27	7 52	8 14			8 24	9 10		10 10		
	Treuchtlingen 805, 920			7 00	Ⓓ 6 56	8 25				8 25		9 25		
	Würzburg Hbf ○		Ⓛ 4 01	9 07	Ⓓ 8 17	10 14			9 22	10 14		11 14		

Das Bild zeigt einen Ausschnitt aus dem offiziellen Kursbuch 2000/2001 der Deutschen Bahn, und zwar den Fahrplan für die Strecke München-Ingolstadt-Treuchtlingen.

a) Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeiten des InterRegio 2128, des RegionalExpress 21056, des StadtExpress 21504 und des InterCityExpress 920 für die Fahrstrecke München-Ingolstadt!

b) Schnellzüge wie der ICE und der IR erreichten damals zwischen Petershausen und Rohrbach sowie zwischen Reichertshofen und Ingolstadt eine Höchstgeschwindigkeit von 160 km/h, auf den anderen Streckenabschnitten mussten sie langsamer fahren. Um wie viele Minuten verlängerte sich die Fahrzeit des InterRegio, wenn er ersatzweise mit einer zwar gleich starken, aber nur 140 km/h schnellen Lok gefahren werden muss? Warum ist die Fahrzeitverlängerung in Wahrheit sogar noch geringer?

Lösung:

a) IR 2128: $v_{IR} = \frac{81\,\text{km}}{50\,\text{min}} = \frac{81\,\text{km}}{\frac{50}{60}\text{h}} = \underline{97{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$, RE 21056: $v_{RE} = \frac{81\,\text{km}}{57\,\text{min}} = \frac{81\,\text{km}}{\frac{57}{60}\text{h}} = \underline{85{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$,

SE 21504: $v_{SE} = \frac{81\,\text{km}}{63\,\text{min}} = \frac{81\,\text{km}}{\frac{63}{60}\text{h}} = \underline{77{,}1\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$, ICE 920: $v_{ICE} = \frac{81\,\text{km}}{48\,\text{min}} = \frac{81\,\text{km}}{\frac{48}{60}\text{h}} = \underline{101\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$

b) Es können insgesamt 24 km + 9 km = 33 km mit 160 km/h gefahren werden.

Fahrzeit mit 160 km/h: $t_{160} = \frac{33\,\text{km}}{160\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}21\,\text{h} = 12\,\text{min}$

Fahrzeit mit 140 km/h: $t_{140} = \frac{33\,\text{km}}{140\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}24\,\text{h} = 14\,\text{min}$

Die Fahrzeit verlängert sich theoretisch um 2 Minuten. In Wahrheit fällt der Zuwachs noch etwas geringer aus, weil der Zug ja zusätzlich von 140 km/h auf 160 km/h beschleunigen muss, und weil er schon ein Stück vor Ingolstadt mit dem Bremsen beginnen muss.

Kurvenfahrt mit und ohne Neigetechnik

Kurven von Bahnstrecken sind in der Regel überhöht (die bogenäußere Schiene liegt höher als die innere), um die auf den Fahrgast wirkende Beschleunigung zu verringern.

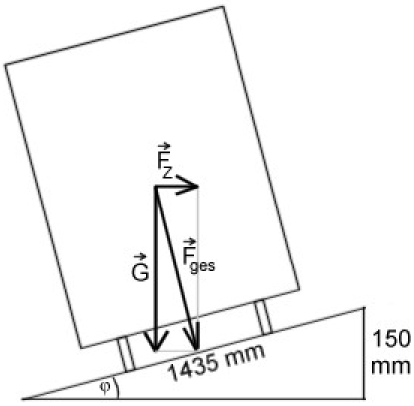
a) Mit welcher Geschwindigkeit sollte ein Reisezug eine Kurve mit einem Radius von 700 m befahren, damit die auf den Fahrgast wirkende Seitenbeschleunigung gerade verschwindet? (Spurweite 1435 mm, Überhöhung 150 mm)

b) Auf einigen besonders kurvenreichen Strecken setzt die DB Züge mit Neigetechnik ein. Diese Fahrzeuge können ihren Wagenkasten um bis zu 8° gegenüber dem Fahrgestell neigen. Wie schnell darf ein solcher Neigezug die Kurve durchfahren, wenn die vom Fahrzeug auf das Gleis übertragene Seitenbeschleunigung nicht höher als $2{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ sein darf, und wie stark neigt sich dabei der Wagenkasten?

Lösung:

a) Auf den Fahrgast wirken im Zugsystem bei der Kurvenfahrt zwei Kräfte: Seine Gewichtskraft G sowie die Zentrifugalkraft F_Z. (Die Gewichtskraft wird durch die Gegenkraft des Sitzes kompensiert, die Zentrifugalkraft durch die Haftkraft der Sitzoberfläche)

Im Idealfall zeigt die Ersatzkraft zu G und F_Z genau senkrecht zum Wagenboden, so dass die Komponente parallel zur Sitzoberfläche gleich Null ist. Zwischen F_{ges} und G muss also der Überhöhungswinkel φ liegen.



Für den φ gilt: $\sin\varphi = \frac{150\,\text{mm}}{1435\,\text{mm}} \Rightarrow \varphi = 6{,}0°$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{F_Z}{G} = \frac{m\frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v = \sqrt{rg\tan\varphi} = \sqrt{700\text{m}\cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\tan 6°} = 26{,}9\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{96{,}7\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Tatsächlich sind 700 m - Kurven mit maximaler Überhöhung (150 mm) für 100 km/h zugelassen!

b) Für die Seitenbeschleunigung auf das Gleis kann die Neigetechnik nicht berücksichtigt werden:

$$a_{Gleis} = a_Z\cdot\cos\varphi_{Gleis} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{a_{Gleis}}{\cos\varphi_{Gleis}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{a_{Gleis}\cdot r}{\cos\varphi_{Gleis}}} = 37{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{135\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Für den optimalen effektiven Neigungswinkel gegenüber der Waagrechten gilt:

$$\tan\varphi_{eff} = \frac{v^2}{rg} = \frac{\left(37{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{700\,\text{m}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \varphi_{eff} = 11{,}6° \Rightarrow \varphi_{neige} = \varphi_{eff} - \varphi_{Gleis} = \underline{5{,}6°}$$

Der Zug befährt die Kurve mit 135 km/h und einem Neigewinkel von 5,6°.

Wirkungsgrad einer Diesellok

Die Dieselloks der Baureihe 218 besitzen meist einen MTU-Dieselmotor mit einer Leistung von 2800 PS, der über ein hydraulisches Getriebe die vier Achsen der Lok antreibt. Für die 1000 V - Stromversorgung des Zuges treibt der Motor zusätzlich einen Generator an, der eine maximale Stromstärke von 405 A liefern kann. Die effektive Antriebsleistung der Lok liegt bei 1400 kW.

a) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Getriebes!
b) Dieselmotoren haben in der Regel einen Wirkungsgrad von 40%. Berechnen Sie den Gesamtwirkungsgrad der Lok!
c) Im Güterzugdienst wird der Zugheizgenerator nicht benötigt. Das Getriebe kann die zusätzlich zur Verfügung stehende Motorleistung aber nicht übertragen. Wie groß ist der Getriebe- und der Gesamtwirkungsgrad der 218 im Güterzugdienst? Was passiert mit der überschüssigen Leistung?
d) Vor Intercity-Zügen mit Klimaanlage müssen oft zwei „218er" eingesetzt werden, um den höheren Strombedarf der Klimaanlagen zu decken. Wie müssen die Generatoren der Loks geschaltet sein, um bei gleicher Spannung die doppelte Leistung abgeben zu können?

Lösung:

a) Dem Getriebe zugeführte Antriebsleistung: $P_{zu} = (2800:1{,}36)\,\text{kW} - 405\,\text{kW} = 1654\,\text{kW}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{1400\,\text{kW}}{1654\,\text{kW}} = \underline{85\%}$$

Der Wirkungsgrad des Getriebes beträgt 85%.

b) Abgegebene Leistung: $P_{ab} = 1400\text{ kW} + 405\text{ kW} = 1805\text{ kW}$

Vom Motor abgegebene Leistung: $P_{Motor} = 2800\text{ kW} : 1{,}36 = 2058\text{ kW}$

Vom Motor aufgenommene Leistung:

$$\eta_{Motor} = \frac{P_{Motor}}{P_{auf}} \Rightarrow P_{auf} = \frac{P_{Motor}}{\eta_{Motor}} = \frac{2058\text{ kW}}{0{,}4} = 5145\,\text{kW}$$

Gesamtwirkungsgrad: $\eta_{ges} = \frac{P_{ab}}{P_{auf}} = \frac{1805\,\text{kW}}{5145\,\text{kW}} = \underline{35\%}$

Der Gesamtwirkungsgrad beträgt 35%.

c) $\eta_{ges} = \frac{P_{ab}}{P_{auf}} = \frac{1400\,\text{kW}}{5145\,\text{kW}} = \underline{27\%}$

Der Gesamtwirkungsgrad sinkt im Güterzugdienst auf 27%.
Mangels anderer Abnehmer wird die überschüssige Leistung in Wärme (vor allem innere Energie des Getriebeöls) umgesetzt

d) Die Generatoren müssen parallel geschaltet sein.

Güterwagen am Ablaufberg

Ein 80 Tonnen schwerer Güterwagen rollt am Rangierbahnhof München-Nord vom 5,6 m hohen Ablaufberg.

a) Mit welcher Geschwindigkeit würde er nach einer Strecke von 500 m gegen einen weiteren Güterwagen stoßen? (Rollreibungszahl: $f_R = 0{,}002$)

b) Wie viel Reibungsarbeit müssen die Gleisbremsen verrichten, wenn der Wagen nur mit $5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ aufprallen soll?

c) Wie weit würde der Wagen rollen, wenn kein anderes Fahrzeug im Weg wäre? Warum würde er in der Praxis schon früher stehen bleiben?

Lösung:

a) $E_{vorher} = E_{nachher}$

$$E_{pot} = E_{kin} + W_R$$

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot f_R \cdot s + \tfrac{1}{2} m v^2$$

$$g \cdot h = g \cdot f_R \cdot s + \tfrac{1}{2} v^2$$

$$v^2 = 2g \cdot \left(h - f_R \cdot s\right)$$

$$v = \sqrt{2g \cdot \left(h - f_R \cdot s\right)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5{,}6\,\text{m} - 0{,}002 \cdot 500\,\text{m})} = 9{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{34\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Er würde mit einer Geschwindigkeit von 34 km/h aufprallen.

b) $W_{Brems} = E_{pot} - E_{kin} - W_R = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} m v^2 - m \cdot g \cdot f_R \cdot s$

$$= 8 \cdot 10^4\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5{,}6\,\text{m} - \tfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^4\,\text{kg} \cdot \left(1{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 8 \cdot 10^4\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}002 \cdot 500\,\text{m}$$

$= 4{,}40\text{ MJ} - 0{,}08\text{ MJ} - 0{,}78\text{ MJ} = \underline{3{,}5\text{ MJ}}$

Die Gleisbremsen müssen eine Arbeit von 3,5 MJ verrichten.

c) $E_{pot} = W_R$

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot f_R \cdot s$$

$$s = \frac{h}{f_R} = \frac{5{,}6\,\text{m}}{0{,}002} = \underline{2{,}8\,\text{km}}$$

Der Wagen würde 2,8 km weit rollen.
In der Praxis würde er durch den Luftwiderstand zusätzlich abgebremst werden.

Vom Hauptbahnhof zur Hackerbrücke

Ein Kurzzug der Münchener S-Bahn fährt von der Tunnel-Station Hauptbahnhof zur oberirdisch gelegenen Station Hackerbrücke. Dabei beschleunigt der 105 Tonnen schwere Zug zunächst auf 140 Metern ebener Strecke innerhalb von 17 Sekunden auf 60 km/h und erklimmt anschließend mit konstanter Geschwindigkeit die 40 Promille steile Rampe zur 15m höher gelegenen Tunnelausfahrt.

a) Wie groß ist die vom Zug verrichtete Arbeit? (Rollreibungszahl $f_R = 0{,}002$)
b) Wie viel würde die elektrische Energie für die kurze Fahrt kosten, wenn für eine Kilowattstunde 12 Cent berechnet werden? Der Zug hat einen Wirkungsgrad von 0,85.
c) Wie groß ist die durchschnittliche Stromstärke im Stromabnehmer des Zuges (U = 15 kV)?

Lösung:

a) Beschleunigungsarbeit: $W_B = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 1{,}05\cdot 10^5\,\text{kg}\cdot\left(\frac{60}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 14{,}6\,\text{MJ}$

Hubarbeit: $W_H = m\cdot g\cdot h = 1{,}05\cdot 10^5\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 15\,\text{m} = 15{,}5\,\text{MJ}$

Länge der Rampe über Grund: $l = \frac{15\,\text{m}}{0{,}04} = 375\,\text{m}$; Da l sehr viel größer ist als h, kann man in guter Näherung annehmen, dass die Länge der Rampenstrecke gleich l ist.

Damit gilt: $s_{ges} = 515\text{m}$

Reibungsarbeit: $W_R = m\cdot g\cdot f_R\cdot s = 1{,}05\cdot 10^5\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}002\cdot 515\,\text{m} = 1{,}1\text{MJ}$

Die gesamte verrichtete Arbeit ist also gleich <u>30,1 MJ</u>

b) 1 kWh = 3,6 MJ, die Bergfahrt würde also $\frac{30{,}1\,\text{MJ}}{0{,}85\cdot 3{,}6\,\text{MJ}}\cdot 0{,}12\,€ = \underline{1{,}18\,€}$

Die Energiekosten der Fahrt betragen 1,18 €.

c) $W = U\cdot I\cdot t$

Zeit für die Bergfahrt: $t_B = \frac{515\,\text{m}}{16{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 31\text{s} \Rightarrow$ Gesamtfahrzeit $t_{ges} = 48$ s

$$I = \frac{W}{U\cdot t} = \frac{(30{,}1\cdot 10^6\,\text{J} : 0{,}85)}{15\cdot 10^3\,\text{V}\cdot 48\,\text{s}} = \underline{49\,\text{A}}$$

Die durchschnittliche Stromstärke im Stromabnehmer beträgt 49 A.